

## Chapitre 9 : Systèmes Linéaires

### Systèmes linéaires sans paramètre

 **Exercice 1 :** Déterminer le rang et résoudre les systèmes linéaires d'inconnues réelles suivants :

$$1. \begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \\ 2x - 3y + 2z + t = -8 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y - z = 2 \\ 4x - y - z = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y + z - t = 1 \\ x - y - z + t = 2 \\ x - y - z - t = 3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - z = -2 \\ -x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + 2y + 3z + 2t = 1 \\ x + 3y + 3z + t = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x + 2y + z - u - v = 0 \\ x - y - z - u + 2v = 0 \\ -x + 2y + 3z + u - v = 0. \end{cases}$$

### Systèmes linéaires avec paramètre

 **Exercice 2 :** Discuter les solutions dans  $\mathbb{R}$  des systèmes suivants en fonction des paramètres  $m \in \mathbb{R}$  ou  $r \in \mathbb{R}$  :

$$1. \begin{cases} (m+1)x + my = 2m \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + my = m^2 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - my + m^2z = 2m \\ mx - m^2y + mz = 2m \\ mx + y - m^2z = 1 - m \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y + z = rx \\ x + z = ry \\ x + y = rz \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (m-1)x - my = m \\ (m+1)x + (m+1)y = m^2 - 1 \end{cases}$$

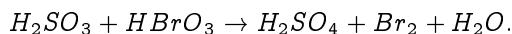
### Divers

 **Exercice 3 :** Soit la fonction  $f$  définie par :

$$f : \begin{aligned} \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto (3x + 2y, 5x + 3y). \end{aligned}$$

Montrer que  $f$  est bijective de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$  et déterminer l'expression de sa réciproque.

 **Exercice 4 :** Équilibrer la réaction chimique suivante :



 **Exercice 5 :** La somme des carrés.

1. Trouver un polynôme de degré 3 tel que  $P(X+1) - P(X) = X^2$ .

2. Retrouver alors l'expression de  $S_n = \sum_{k=1}^n k^2$ .

 **Exercice 6 :** On considère les points  $A = (1, 2, -1)$  et  $B = (-2, 4, 0)$ .

1. Déterminer une représentation paramétrique et une représentation cartésienne de  $(AB)$ .

2. En fonction de  $m \in \mathbb{R}$ , déterminer l'intersection de  $(AB)$  avec la droite  $\mathcal{D}_m$  représentée paramétriquement par

$$\begin{cases} x = s + 3 \\ y = -2s + 2 ; \quad s \in \mathbb{R} \\ z = 2s + m \end{cases}$$