
Programme de colle BCPST 1

Semaine 1 : du 25/09/23 au 29/09/23

Chapitre 1 : Logique, ensembles, raisonnement

1. Logique :
Opérateurs logiques (non, et, ou, \Rightarrow et \Leftrightarrow), tables de vérité, règles de composition.
Savoir passer du *langage français* au *langage mathématique*.
Savoir nier une assertion.
2. Méthodes de démonstration :
Méthodes avec l'implication ou l'équivalence : méthode directe, par double implication, par contraposée, par l'absurde ou trouver un contre-exemple. Principe de récurrence (simple, double et fort). Analyse-synthèse.
3. Ensembles et logique :
Notation des ensembles, quantificateurs.
4. Opérations sur les ensembles :
Inclusion, égalité d'ensembles, union, intersection, complémentaire, produit cartésien d'ensembles, ensemble des parties d'un ensemble, système complet.

Chapitre 2 : Nombres réels

1. Nombres réels :
Description de \mathbb{R} , relation d'ordre, intervalles, rappels sur la valeur absolue et la partie entière.
2. Manipulation d'inégalités :
 - Égalités, inégalités et composition par une fonction strictement monotone.
 - Inégalités et opérations dans \mathbb{R} .

Questions de cours

Démonstrations de cours à connaître :

- Toutes les démonstrations avec les tables de vérité ($\text{non}(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \text{ et non } Q)$, une implication est équivalente à sa contraposée, $\text{non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow (\text{non } P) \text{ et } (\text{non } Q)$, etc.)
- Toute fonction strictement croissante sur un intervalle y est strictement croissante.
- La démonstration des propriétés suivantes.

Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} , non vide et non réduit à un point.

On a alors les propriétés suivantes.

- i) Si f est strictement croissante sur $I : \forall (a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \leq f(b)$ ♣.
- ii) Si f est strictement croissante sur $I : \forall (a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$.
- iii) Si f est strictement décroissante sur $I : \forall (a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$.
- iv) Si f est strictement décroissante sur $I : \forall (a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$.
- v) Si f est strictement monotone sur $I : \forall (a, b) \in I^2, a = b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$.

- Donner une fonction croissante sur un intervalle I qui ne l'est pas strictement, et ne vérifie pas ♣.
- Énoncé et démonstration des propriétés de la valeur absolue (produit, quotient) et des inégalités triangulaires (avec cas d'égalité).