
Programme de colle BCPST 1

Semaine 21 : du 22/04/24 au 26/04/24

Chapitre 17 : Dérivabilité d'une fonction numérique

1. Dérivabilité en un point : Dérivabilité en un point, dérivabilité à droite et à gauche en un point, lien entre dérivabilité à droite, à gauche et dérivabilité en un point. Tangente. Lien entre dérivabilité et continuité.
2. Dérivabilité sur un intervalle : définition de la dérivabilité sur un intervalle, dérivabilité des fonctions usuelles, opérations algébriques, composition, théorème de la dérivabilité d'une fonction réciproque, formulaire des dérivées usuelles.
3. Théorèmes utilisant la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle : recherche d'extremum, théorème de Rolle, égalité et inégalités des accroissements finis, lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de la fonction.
4. Dérivées d'ordre supérieure :
 - Définition, définition des fonctions de classe \mathcal{D}^n , C^n sur I , de classe C^∞ sur I .
 - Régularité des fonctions usuelles et expression de leur dérivée n -ième.
 - Dérivées successives et opérations en particulier la formule de Leibniz.

Chapitre 18 : Espaces vectoriels

1. Notion d'espace vectoriel : définition, premières propriétés, notion de combinaison linéaire.
2. Notion de sous espace vectoriel : définition, exemples, exemples classiques de sev. Notion de sev engendré par une famille finie de vecteurs. Les étudiants doivent connaître les 3 façons d'écrire un sev de \mathbb{K}^n : écriture cartésienne, écriture paramétrique, écriture vectorielle et ils doivent savoir passer de l'une à l'autre de ces écritures.
3. Famille libre, génératrice de F et base de F :
 - Notion de famille génératrice de F : définition, exemples, propriétés des familles génératrices.
 - Notion de famille libre et liée : définition, exemples, propriétés des familles libres, liée.
 - Notion de base de F : définition, exemples, coordonnées d'un vecteur dans une base, base canonique de \mathbb{K}^n .
4. Espaces vectoriels de dimension finie : définition, dimension et famille libre et génératrice, dimension et inclusion.
5. Notion de rang d'une famille de vecteurs et lien avec le rang d'une matrice et d'un système linéaire.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Montrer que toute somme ou tout produit de fonctions de classe \mathcal{D}^n est \mathcal{D}^n et donner l'expression de sa dérivée n -ième.
- Démontrer le lemme : tout sev de \mathbb{R}_n contient $0_{\mathbb{R}_n}$.
- L'intersection de deux sev est un sev.
- Énoncer les propriétés des familles génératrices de F et des familles libres.
- Énoncer et démontre les propriétés liant dimension et inclusion.
- Caractérisation d'un sev.
- $\text{Vect}(u_1, u_2, \dots, u_p)$ est un sev
- Intersection de deux sev est un sev.
- Une famille finie reste génératrice si on lui ôte un vecteur combinaison linéaire des autres vecteurs de la famille ou qu'on lui ajoute un vecteur.