

Programme de colle BCPST 1

Semaine 11 : du 05/01/26 au 09/01/26

Chapitre 10 : Suites

Généralités sur les suites : définition, suite majorée, minorée, bornée, étude de la monotonie d'une suite.

1. Limite d'une suite : Limite finie, infinie d'une suite, opérations.
2. Comportement asymptotique d'une suite :
 - (a) Notion de négligeabilité, croissances comparées.
 - (b) Suites équivalentes : définition, équivalents usuels, lien avec les limites, opérations avec les équivalents.
3. Théorèmes de convergence et de divergence :
 - Théorème sur les suites monotones
 - Utilisation d'inégalités : théorème des gendarmes, théorème de comparaison, passage à la limite.
 - Théorème sur les suites adjacentes.
 - Théorème sur les suites extraites (seul le cas pair-impair a été vu).
 - Suite et fonction, application aux suites récurrentes.
4. Les suites récurrentes
 - Les suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre deux.
 - Plan d'étude d'une suite définie par récurrence et exemples.

Chapitre 11 : Dénombrement

1. Cardinal d'un ensemble fini : Définition, propriétés de l'union (disjointe et quelconque sur 2 et 3 ensembles), du complémentaire et du produit cartésien.
2. Choix de p objets parmi n :
 - Choix successifs avec répétitions éventuelles : p -listes, nombre de p -listes
 - Choix successifs sans répétition : p -listes sans répétition, nombre de p -listes sans répétition. Permutations, nombre de permutations. Anagrammes.
 - Choix simultanés : combinaison : définition et nombre de combinaisons. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble.
 - Exemple d'un cas sans ordre et avec répétition.
3. Cardinal et application
 - Nombre d'applications de E dans F .
 - Nombre d'injections de E dans F .

Questions de cours

- Propriétés des limites finies (avec leur démonstration) : unicité de la limite, limite finie et suite bornée, limite strictement positive et signe des termes de la suite.
- Opérations sur les limites et démonstration de : somme de limites finies, produit de limites finies, inverse d'une suite de limite infinie.
- Énoncé et démonstration des deux corollaires du théorème des gendarmes, et leur démonstration à partir de ce dernier.
- Théorème de convergence des suites adjacentes.
- Théorème de passage à la limite, et démonstration.
- Toute suite qui converge vers une limite strictement positive est à valeurs strictement positives apcr.
- Théorème des gendarmes, et énoncé et démonstration des deux corollaires.
- Montrer que la fonction \sin n'a pas de limite en $+\infty$.
- Montrer que la suite $(\sin(n\pi))$ n'a pas de limite.
- Déterminer, à l'aide des équivalents, la limite de la suite de terme général $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
- Propriété sur le cardinal d'une réunion quelconque d'ensembles finis.
- Si A et B sont des ensembles finis, alors $A \times B$ est fini et $\text{card } A \times B = \text{card } A \times \text{card } B$.
- Cardinal des parties d'un ensemble fini.