
Programme de colle BCPST 1

Semaine 14 : du 28/01/24 au 01/02/24

Chapitre 12 : Calcul matriciel

1. Définitions, notations

- Généralités : définitions d'une matrice, d'une matrice carrée, de vecteurs lignes et colonnes et de l'égalité entre matrices.
- Matrices particulières : matrices diagonales, triangulaires, matrice identité, matrice nulle, matrices élémentaires, transposée d'une matrice, matrices symétriques et anti-symétriques.

2. Somme de matrices, multiplication par un scalaire.

3. Produit matriciel.

4. Puissance n -ième d'une matrice carrée

- Définition des puissances n -ième d'une matrice carrée.
- Exemples à connaître : matrice diagonale, matrice triangulaire, matrice nilpotente, matrice ayant les mêmes coefficients.
- Identités remarquables et binôme de Newton lorsque les matrices commutent.
- Méthodes pour calculer les puissances n -ième d'une matrice : méthode avec le binôme de Newton, méthode par récurrence lorsque on connaît un polynôme annulateur.

5. Inversibilité d'une matrice carrée

- Définition d'une matrice inversible, premiers exemples.
- Propriétés des matrices inversibles.
- Matrices dont on connaît un polynôme annulateur.
- Matrices inversibles et systèmes de Cramer : écriture matricielle d'un système linéaire, rang d'une matrice, équivalence entre matrice inversible et système de Cramer, méthode de Gauss-Jordan.
- Exemples à connaître : matrice diagonale, matrice triangulaire, matrice de taille 2 (déterminant).

Chapitre 13 : Introduction aux probabilités

1. Vocabulaire de la théorie des probabilités

- Expérience aléatoire, univers.
- Événement, système complet d'événements
- Probabilités : définition, propriétés en particulier : événement contraire, union d'événements 2 à 2 incompatibles, inclusion, formule des probabilités totales. Exemples classiques de probabilité en particulier la probabilité uniforme.

2. Probabilités conditionnelles (le cours a été traité, avec des exemples, mais pas encore le TD) :

- Définition
- Formule des probabilités composées pour calculer la probabilité d'une intersection.
- Formule des probabilités totales lorsque l'on connaît un système complet d'événements.
- Formule de Bayes lorsqu'il y a inversion de chronologie.
- Arbre de probabilité.

Questions de cours

- Énoncer et démontrer l'associativité du produit matriciel.
- Énoncer et démontrer la propriété de la transposée d'un produit de matrices.
- Démontrer que le produit de deux matrices diagonales (resp triangulaires supérieures, resp triangulaires inférieures) est une matrice diagonale (resp triangulaire supérieure, resp triangulaire inférieure).
- Énoncer et démontrer la propriété donnant les puissances d'une matrice diagonale.
- Énoncer et démontrer le binôme de Newton et la formule de Bernoulli (avec le lemme : si deux matrices commutent, toute puissance de l'une commute avec toute puissance de l'autre).

- Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée de taille 2 à l'aide du déterminant (et formule de calcul de l'inverse).
- Énoncer et démontrer les propriétés de base des probabilités : événement contraire, inclusion, union de 2 événements quelconques.
- Énoncer et démontrer la formule des probabilités totales.
- Probabilité déterminée par l'image des événements élémentaires : énoncé et application à la définition de la probabilité uniforme..
- Énoncer et démontrer la formule des probabilités composées.
- Énoncer et démontrer la formule de Bayes.