
Programme de colle BCPST 1

Semaine 15 : du 26/02/24 au 01/03/24

Chapitre 13 : Introduction aux probabilités

- Vocabulaire de la théorie des probabilités
 - Expérience aléatoire, univers.
 - Événement, système complet d'événements
 - Probabilités : définition, propriétés en particulier : événement contraire, union d'événements 2 à 2 incompatibles, inclusion, formule des probabilités totales. Exemples classiques de probabilité en particulier la probabilité uniforme.
- Probabilité conditionnelle :
 - Définition
 - Formule des probabilités composées pour calculer la probabilité d'une intersection.
 - Formule des probabilités totales lorsque l'on connaît un système complet d'événements.
 - Formule de Bayes lorsqu'il y a inversion de chronologie.
 - Arbre de probabilité.
- Notion d'indépendance
 - Deux événements indépendants.
 - Des événements mutuellement indépendants.
 - Répétition d'expériences aléatoires identiques et dans les mêmes conditions.

Chapitre 14 : Polynômes

- Généralités sur les polynômes
 - Définition et notations.
 - Degré et coefficient dominant d'un polynôme.
 - Unicité des coefficients.
- Opérations sur les polynômes : somme, multiplication par un scalaire, produit et composé. Propriétés du degré. Méthodes pour calculer le degré et le coefficient dominant.
- Racines d'un polynôme
 - Divisibilité.
 - Définition et caractérisation de $\alpha \in \mathbb{K}$ racine de $P \in \mathbb{K}[X]$ et de $\alpha \in \mathbb{K}$ racine d'ordre k .
 - Méthodes pour obtenir les racines d'un polynôme et exemples.
 - Méthodes pour obtenir qu'un polynôme est nul ou que deux polynômes sont égaux.
- Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$ et remarques sur la factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ et sur les relations coefficients-racines.
- Polynômes et dérivation
 - Polynôme dérivé, polynômes dérivés successifs d'un polynôme, lien avec le degré.
 - Opérations sur la dérivation.

Questions de cours

- Énoncer et démontrer les propriétés de base des probabilités : événement contraire, inclusion, union de 2 événements quelconques.
- Énoncer et démontrer la formule des probabilités totales.
- Probabilité déterminée par l'image des événements élémentaires : énoncé et application à la définition de la probabilité uniforme..
- Énoncer et démontrer la formule des probabilités composées.
- Énoncer et démontrer la formule de Bayes.
- Énoncer et démontrer les propriétés sur le degré de la somme, le produit, la composée de polynômes, et le produit d'un polynôme par un scalaire.

- Définition et caractérisation d'une racine $\alpha \in \mathbb{K}$ d'un polynôme $P \in \mathbb{K}[X]$: énoncé et démonstration.
- Démonstration de la proposition : si un polynôme P possède k racines distinctes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, alors il est divisible par $\prod_{i=1}^k (X - \alpha_i)$.
- Énoncé et démonstration : si un complexe non réel z est racine d'un polynôme à coefficients réels, alors son conjugué l'est aussi.
- Énoncé et démonstration de formule de Taylor pour les polynômes.
- Définition et caractérisation d'une racine d'ordre de multiplicité exactement m à l'aide des polynômes dérivés successifs.
- Définition et caractérisation d'une racine d'ordre de multiplicité exactement m : α est racine d'ordre m de P ssi on peut trouver Q tel que $P = (X - \alpha)^m Q$ et $Q(\alpha) \neq 0$.