
Programme de colle BCPST 1

Semaine 2 : du 30/09/24 au 04/10/24

Chapitre 1 : Vocabulaire de la logique et des ensembles

Révisions.

Chapitre 2 : Nombres réels

1. Nombres réels :
Description de \mathbb{R} , relation d'ordre, intervalles, rappels sur la valeur absolue et la partie entière.
2. Manipulation d'inégalités :
 - Égalités, inégalités et composition par une fonction strictement monotone.
 - Inégalités et opérations dans \mathbb{R} .
3. Résolution d'équations et d'inéquations par équivalences successives :
 - Domaine de résolution.
 - Résolution :
 - ✱ Cas des équations, inéquations de type polynomial.
 - ✱ Autres types d'équations et d'inéquations (\ln , \exp , $x \mapsto a^x$, $\sqrt{\quad}$, valeur absolue....)
 - Équations et inéquations à paramètre.
4. Maximum, minimum, borne supérieure et inférieure :
Sous-ensembles majorés, minorés et bornés. Maximum et minimum d'un sous-ensemble. Borne supérieure et inférieure d'un sous-ensemble.

Questions de cours

Démonstrations de cours à connaître :

- Toutes les démonstrations avec les tables de vérité ($\text{non}(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \text{ et non } Q)$, une implication est équivalente à sa contraposée, $\text{non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow (\text{non } P) \text{ et } (\text{non } Q)$, etc.)
- Toute fonction strictement croissante sur un intervalle y est croissante.
- La démonstration des propriétés suivantes.

Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} , non vide et non réduit à un point.

On a alors les propriétés suivantes.

- i) Si f est strictement croissante sur I : $\forall (a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \leq f(b)$ ♣.
- ii) Si f est strictement croissante sur I : $\forall (a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$.
- iii) Si f est strictement décroissante sur I : $\forall (a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$.
- iv) Si f est strictement décroissante sur I : $\forall (a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$.
- v) Si f est strictement monotone sur I : $\forall (a, b) \in I^2, a = b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$.

- Donner une fonction croissante sur un intervalle I qui ne l'est pas strictement, et ne vérifie pas ♣.
- Énoncé et démonstration des propriétés de la valeur absolue (produit, quotient) et des inégalités triangulaires (avec cas d'égalité).
- Montrer que le maximum d'un ensemble est unique et est le plus petit des majorants.
- Montrer que le minimum d'un ensemble est unique et est le plus grand des minorants.