

---

## Programme de colle BCPST 1

### Semaine 2 : du 02/10/23 au 06/10/23

---

#### Chapitre 1 : Vocabulaire de la logique et des ensembles

Révisions.

#### Chapitre 2 : Nombres réels

1. Nombres réels :  
Description de  $\mathbb{R}$ , relation d'ordre, intervalles, rappels sur la valeur absolue et la partie entière.
2. Manipulation d'inégalités :
  - Égalités, inégalités et composition par une fonction strictement monotone.
  - Inégalités et opérations dans  $\mathbb{R}$ .
3. Résolution d'équations et d'inéquations par équivalences successives :
  - Domaine de résolution.
  - Résolution :
    - ★ Cas des équations, inéquations de type polynomial.
    - ★ Autres types d'équations et d'inéquations ( $\ln$ ,  $\exp$ ,  $x \mapsto a^x$ ,  $\sqrt{\quad}$ , valeur absolue....)
4. Maximum, minimum, borne supérieure et inférieure :  
Sous-ensembles majorés, minorés et bornés. Maximum et minimum d'un sous-ensemble. Borne supérieure et inférieure d'un sous-ensemble.

#### Chapitre 3 : Trigonométrie

Uniquement le formulaire de trigonométrie.

#### Questions de cours

Démonstrations de cours à connaître :

- Toutes les démonstrations avec les tables de vérité ( $\text{non}(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \text{ et non } Q)$ , une implication est équivalente à sa contraposée,  $\text{non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow (\text{non } P) \text{ et } (\text{non } Q)$ , etc.)
- Toute fonction strictement croissante sur un intervalle  $y$  est croissante.
- La démonstration des propriétés suivantes.

##### Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ , non vide et non réduit à un point.

On a alors les propriétés suivantes.

- i) Si  $f$  est strictement croissante sur  $I$  :  $\forall(a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \leq f(b)$  ♣.
- ii) Si  $f$  est strictement croissante sur  $I$  :  $\forall(a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$ .
- iii) Si  $f$  est strictement décroissante sur  $I$  :  $\forall(a, b) \in I^2, a \leq b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$ .
- iv) Si  $f$  est strictement décroissante sur  $I$  :  $\forall(a, b) \in I^2, a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$ .
- v) Si  $f$  est strictement monotone sur  $I$  :  $\forall(a, b) \in I^2, a = b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$ .

- Donner une fonction croissante sur un intervalle  $I$  qui ne l'est pas strictement, et ne vérifie pas ♣.
- Énoncé et démonstration des propriétés de la valeur absolue (produit, quotient) et des inégalités triangulaires (avec cas d'égalité).