
Programme de colle BCPST 1
Semaine 4 : du 14/10/24 au 18/10/24

Chapitre 3 : Révisions de trigonométrie

1. Étude de fonctions trigonométriques : étude du domaine de définition, de la périodicité, parité, imparité, variations, tracé de la courbe...
2. Résolution d'équations trigonométriques :
 - Résolution des équations fondamentales de type $\cos x = a$, $\sin x = a$ et $\tan x = a$, $a \in \mathbb{R}$.
 - Résolution des équations de type $a \cos x + b \sin x = c$, $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.
 - Résolution des équations où l'une des fonctions circulaires peut être prise comme variable.
 - Résolution des autres types d'équations.
3. Résolution d'inéquations trigonométriques :
 - Résolution graphiquement sur le cercle trigonométrique des inéquations fondamentales.
 - Résolution des autres types d'inéquations.

Chapitre 4 : Nombres complexes

1. Forme algébrique d'un nombre complexe.
2. Écriture sous forme trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe.
3. Applications des nombres complexes : linéarisation, anti-linéarisation et racines nième de l'unité.

Questions de cours

- Toutes les démonstrations du formulaire de trigonométrie.
- La démonstration du lemme :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad a^2 + b^2 = 1 \quad \iff \quad \exists \phi \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} \cos(\phi) = a \\ \sin(\phi) = b \end{cases} .$$

- La démonstration de la propriété qui en découle :
Soit $(a, b, x) \in \mathbb{R}^3$, tel que $(a, b) \neq (0, 0)$.
Alors il existe deux réels $r > 0$ et ϕ tels que

$$a \cos(x) + b \sin(x) = r \cos(x - \phi).$$

- Les propriétés du conjugué d'un nombre complexe
- Les propriétés de l'exponentielle d'un imaginaire pur.
- La détermination des racines n -ième de l'unité (on pourra affirmer que $\left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}}, k \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}}, k \in \{0, n-1\} \right\}$)