

---

## Programme de colle BCPST 1

### Semaine 5 : du 06/11/23 au 10/11/23

---

#### Chapitre 4 : Rappels sur les nombres complexes

Révisions.

#### Chapitre 5 : Sommes et produits

##### 1. Factorielles et coefficients binomiaux :

Définition uniquement (les propriétés usuelles - valeurs particulières, symétrie, triangle de Pascal, formule des chefs - n'ont été que mentionnées).

##### 2. Sommes simples :

- Définition.
- Propriétés usuelles : indice de sommation muet, linéarité, changement d'indice.
- Formulaire des sommes usuelles à connaître :  $\sum_{k=p}^n 1$ ,  $\sum_{k=1}^n k$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2$ ,  $\sum_{k=1}^n k^3$ , somme des termes d'une suite géométrique, binôme de Newton, formule de Bernoulli.
- Exemples usuels de calculs de sommes : sommes télescopiques (pas encore les sommes trigonométriques.)

##### 3. Sommes doubles, théorème de Fubini.

#### Questions de cours

- La démonstration du lemme :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad a^2 + b^2 = 1 \iff \exists \phi \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} \cos(\phi) = a \\ \sin(\phi) = b \end{cases} .$$

- La démonstration de la propriété qui en découle :

Soit  $(a, b, x) \in \mathbb{R}^3$ , tel que  $(a, b) \neq (0, 0)$ .

Alors il existe deux réels  $r$  et  $\phi$  tels que

$$a \cos(x) + b \sin(x) = r \cos(x - \phi).$$

- Les propriétés du conjugué d'un nombre complexe
- Les propriétés du module dont l'inégalité triangulaire.
- Les propriétés de l'exponentielle d'un imaginaire pur.
- Démonstration de la formule de Bernoulli.
- Démonstration du binôme de Newton.
- Démonstration des propriétés sur les coefficients binomiaux (symétrie, formule des chefs, triangle de Pascal).