
Programme de colle BCPST 1

Semaine 6 : du 12/11/24 au 15/11/24

Chapitre 5 : Sommes et produits

- Factorielles et coefficients binomiaux.
- Sommes simples.
 - Définition.
 - Propriétés usuelles : indice de sommation muet, linéarité, changement d'indice.
 - Formulaire des sommes usuelles à connaître : $\sum_{k=p}^n 1$, $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=1}^n k^3$, somme des termes d'une suite géométrique, binôme de Newton, formule de Bernoulli.
 - Exemples usuels de calculs de sommes : sommes télescopiques, sommes trigonométriques.
- Sommes doubles.
- Produits.

Chapitre 6 : Applications

- Application d'un ensemble dans un autre :
Définitions et exemples d'applications de E dans F . Égalité d'applications. Restriction et prolongement. Composition d'applications : définition, propriétés et exemples.
- Applications injectives et surjectives de E dans F :
 - Définition et exemples.
 - Savoir utiliser l'une des quatre propositions équivalentes de la définition.
- Applications bijectives de E dans F :
 - Définition et exemples.
 - Démonstration de la bijectivité à l'aide d'une résolution d'équation (par équivalences successives ou par analyse synthèse).
 - Applications réciproques.
- Image directe d'une partie de l'ensemble de départ par une application.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Binôme de Newton.
- Formule de Bernoulli.
- Propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule des chefs, triangle de Pascal).
- Somme des termes d'une suite géométrique.
- Composition d'applications injectives puis surjectives.
- Soit $f : A \rightarrow B$ et $g : B \rightarrow C$. Montrer que : $g \circ f$ injective de A dans $C \Rightarrow f$ injective de A dans B .
- Soit $f : A \rightarrow B$ et $g : B \rightarrow C$. Montrer que : $g \circ f$ surjective de A dans $C \Rightarrow g$ surjective de B dans C .
- Soit I un intervalle de \mathbb{R} d'intérieur non vide et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une application. Si f est strictement monotone sur I alors f est injective de I dans \mathbb{R} . Dessin d'une application f injective de I dans \mathbb{R} mais non strictement monotone sur I .
- Énoncé et démonstration des propriétés sur l'image directe d'un ensemble par une application.