Programme de colle BCPST 1
Semaine 7 : du 20/11/23 au 24/11/23

Chapitre 5 : Sommes et produits

1. Factorielles et coefficients binomiaux.
2. Sommes simples.
   - Définition.
   - Propriétés usuelles : indice de sommation muet, linéarité, changement d'indice.
   - Formulaire des sommes usuelles à connaître : $\sum_{k=p}^{n} 1$, $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=1}^{n} k^3$, somme des termes d'une suite géométrique, binôme de Newton, formule de Bernoulli.
   - Exemples usuels de calculs de sommes : sommes télescopiques, sommes trigonométriques.
3. Sommes doubles.
4. Produits.

Chapitre 6 : Applications

1. Application d'un ensemble dans un autre :
   Définitions et exemples d'applications de E dans F. Égalité d'applications. Restriction et prolongement. Composition d'applications : définition, propriétés et exemples.
2. Applications injectives de E dans F :
   - Définition et exemples
   - Caractérisations : par la définition, la contraposée, la négation et le cas particulier des fonctions numériques.
3. Applications surjectives de E dans F :
   - Définition et exemples
   - Caractérisations : par la définition, la négation et un raisonnement par analyse-synthèse.
4. Applications bijectives de E dans F :
   - Définition et exemples
   - Applications réciproques.
   - Caractérisations avec en particulier le raisonnement par analyse-synthèse (attention : le théorème de la bijection n'a pas encore été vu).
5. Image directe : définition, compatibilité avec l'inclusion, l'union, l'intersection.
6. Cas des fonctions définies sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$: théorème de la bijection.

Questions de cours

- Binôme de Newton.
- Formule de Bernoulli.
- Propriétés des coefficients binomiaux (symétrie, formule des chefs, triangle de Pascal).
- Somme des termes d'une suite géométrique.
- Composition d'applications injectives puis surjectives.
- Soit $f : A \to B$ et $g : B \to C$. Montrer que : $g \circ f$ injective de A dans $C \Rightarrow f$ injective de A dans B.
- Soit $f : A \to B$ et $g : B \to C$. Montrer que : $g \circ f$ surjective de A dans $C \Rightarrow g$ surjective de B dans C.
- Pour A et B deux parties de l'ensemble de départ de u,
  i) Si $A \subset B$, $u(A) \subset u(B)$.
  ii) $u(A \cup B) = u(A) \cup u(B)$.
  iii) $u(A \cap B) \subset u(A) \cap u(B)$.
- Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ une application. Si f est strictement monotone sur I alors f est injective de I dans $\mathbb{R}$. Dessin d'une application f injective de I dans $\mathbb{R}$ mais non strictement monotone sur I.
- Stricte monotonie de la fonction réciproque d'une fonction bijective strictement monotone sur un intervalle.