Programme de colle BCPST 1
Semaine 8 : du 24/11/25 au 28/11/25

Chapitre 7 : Généralités sur les fonctions numériques et propriétés des fonctions usuelles

Révisions de Terminale sur les études de fonction : dérivation, étude de variations, limites simples, tangente, tracé de courbe....
Étude de la réciproque d'une fonction bijective de I sur J : existence, monotonie, tableau de variation, **dérivation**, tangente, tracé de la courbe, expression explicite de f^{-1} lorsque cela est possible.

Chapitre 8 : Outils pour la Physique-Chimie

1. Rappels sur les primitives :
   - Définition d'une primitive, existence de primitives pour une fonction continue sur un intervalle, formulaire des primitives usuelles.
   - Relations entre primitive et intégrale.
   - Intégration par parties.
   - Non encore vu : changement de variable.
2. Équations différentielles linéaires :
   - Équations différentielles du premier ordre : définitions, résolution de l'équation homogène associée, cas général.
     Recherche d'une solution particulière : cas simples, variation de la constante.
     N'ont pas été encore vus : le principe de superposition, le théorème de Cauchy.

Questions de cours

- Soit $f : A \to B$ et $g : B \to C$. Montrer que : $g \circ f$ injective de A dans $C \Rightarrow f$ injective de A dans B.
- Soit $f : A \to B$ et $g : B \to C$. Montrer que : $g \circ f$ surjective de A dans $C \Rightarrow g$ surjective de B dans C.
- Démonstration de la propriété (seule l'une ou l'autre partie peut être demandée, pour ne pas perdre trop de temps) :

  Propriété - Définition
  Soit f une application de E vers F.
  - On a l'équivalence suivante : f bijective de E vers $F \iff \exists\, g \in \mathcal{F}(F, E), \quad \begin{cases} f \circ g = \mathrm{id}_F \\ g \circ f = \mathrm{id}_E. \end{cases}$
  - Si l'une des des deux propriétés précédendes est vérifiée (et donc les deux), on a alors les propriétés suivantes :
    i) g est unique et est appelée **application réciproque de** f. Elle est notée f^{-1}.
    ii) La proposition suivante est vérifiée : $\forall x \in E, \quad \forall y \in F, \quad f(x) = y \Leftrightarrow y = f^{-1}(x)$.
    iii) f^{-1} est bijective de F vers E et $(f^{-1})^{-1} = f$.
- Pour A et B deux parties de l'ensemble de départ de u,
  i) Si $A \subset B$, $u(A) \subset u(B)$.
  ii) $u(A \cup B) = u(A) \cup u(B)$.
  iii) $u(A \cap B) \subset u(A) \cap u(B)$.
- Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ une application. Si f est strictement monotone sur I alors f est injective de I dans $\mathbb{R}$. Dessin d'une application f injective de I dans $\mathbb{R}$ mais non strictement monotone sur I.
- Stricte monotonie de la fonction réciproque d'une fonction bijective strictement monotone sur un intervalle.
- Propriété : l'ensemble des solutions de l'équation homogène contient la fonction nulle et est stable par combinaison linéaire.
- Propriété : si f_0 est une solution particulière de (E), l'ensemble des solutions de (E) est l'ensemble des fonctions s'écrivant comme la somme de f_0 et d'une solution de l'équation homogène associée à (E).
- Ensemble solution d'une EDL1 homogène.