
Programme de colle BCPST 1

Semaine 17 : du 10/03/25 au 14/03/25

Chapitre 16 : Continuité d'une fonction numérique

1. Continuité en un point : Continuité en un point, continuité à droite et à gauche en un point, lien entre continuité à droite, à gauche et continuité en un point.
2. Continuité sur un intervalle : définition de la continuité sur un intervalle, continuité des fonctions usuelles, opérations algébriques, composition.
3. Prolongement par continuité : définition du prolongement par continuité et du prolongement par continuité à droite et à gauche.
4. Théorèmes utilisant la continuité sur un intervalle : théorème sur les suites et les fonctions, théorème des valeurs intermédiaires et corollaires, théorème de la bijection et exemples en particulier arctan, arccos et arcsin, théorème des bornes atteintes.

Chapitre 17 : Dérivabilité d'une fonction numérique

1. Dérivabilité en un point : Dérivabilité en un point, dérivabilité à droite et à gauche en un point, lien entre dérivabilité à droite, à gauche et dérivabilité en un point. Tangente. Lien entre dérivabilité et continuité.
2. Dérivabilité sur un intervalle : définition de la dérivabilité sur un intervalle, dérivabilité des fonctions usuelles, opérations algébriques, composition, théorème de la dérivabilité d'une fonction réciproque, formulaire des dérivées usuelles.
3. Théorèmes utilisant la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle : recherche d'extremum, théorème de Rolle, égalité et inégalités des accroissements finis, lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de la fonction.
4. Dérivées d'ordre supérieure : c'est le seul point que nous n'aurons pas encore vu.

Questions de cours

- Propriété composition de limites de fonctions.
- Propriété composition de limites suite-fonction.
- Montrer que la fonction $x \mapsto \sin\left(x + \frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite en $+\infty$.
- Corollaire du TLM (si f est croissante sur I et x_0 un point de I qui n'en est pas une extrémité) alors, f admet une limite finie à droite et à gauche en x_0 etc.)
- Montrer que le produit de deux fonctions continues sur un intervalle dont le dénominateur ne s'annule pas est une fonction continue sur cet intervalle.
- Théorème des valeurs intermédiaires (à l'aide de la méthode de dichotomie).
- Montrer que la fonction $x \mapsto \cos(\sqrt{x})$ est $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}_+$.
- Déterminer la limite de $\left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ en $+\infty$.
- Déterminer la limite de $\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{x(x-2)}$ en 2.
- Toute fonction dérivable en un point y est continue.
- Définir et démontrer la dérivabilité de arccos, arcsin, arctan sur les ensembles pertinents.
- Énoncer et démontrer le lemme donnant une condition nécessaire d'extremum local.
- Énoncer et démontrer le théorème de Rolle.
- Énoncer et démontrer le théorème des accroissements finis.
- Énoncer et démontrer les propriétés reliant monotonie et signe de la dérivée.