
Programme de colle BCPST 1

Semaine 19 : du 25/03/24 au 30/03/24

Chapitre 16 : Continuité d'une fonction numérique

1. Continuité en un point : Continuité en un point, continuité à droite et à gauche en un point, lien entre continuité à droite, à gauche et continuité en un point.
2. Continuité sur un intervalle : définition de la continuité sur un intervalle, continuité des fonctions usuelles, opérations algébriques, composition.
3. Prolongement par continuité : définition du prolongement par continuité et du prolongement par continuité à droite et à gauche.
4. Théorèmes utilisant la continuité sur un intervalle : théorème sur les suites et les fonctions, théorème des valeurs intermédiaires et corollaires, théorème de la bijection et exemples en particulier arctan, arccos et arcsin, théorème des bornes atteintes.

Chapitre 17 : Dérivabilité d'une fonction numérique

1. Dérivabilité en un point : Dérivabilité en un point, dérivabilité à droite et à gauche en un point, lien entre dérivabilité à droite, à gauche et dérivabilité en un point. Tangente. Lien entre dérivabilité et continuité.
2. Dérivabilité sur un intervalle : définition de la dérivabilité sur un intervalle, dérivabilité des fonctions usuelles, opérations algébriques, composition, théorème de la dérivabilité d'une fonction réciproque, formulaire des dérivées usuelles.
3. Théorèmes utilisant la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle : recherche d'extremum, théorème de Rolle, égalité et inégalités des accroissements finis, lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de la fonction.
4. Dérivées d'ordre supérieure :
 - Définition, définition des fonctions de classe \mathcal{D}^n , C^n sur I , de classe C^∞ sur I .
 - Régularité des fonctions usuelles et expression de leur dérivée n -ième.
 - Pas encore au programme : dérivées successives et opérations en particulier la formule de Leibniz.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Énoncer et démontrer le théorème des valeurs intermédiaires.
- Énoncer et démontrer le théorème de la bijection dans le cadre d'un intervalle fermé borné.
- Énoncer et démontrer les propriétés liant dérivabilité et opérations (somme, produit, inverse, quotient, composée).
- Définir et démontrer la dérivabilité de arccos, arcsin, arctan sur les ensembles pertinents.
- Énoncer et démontrer les propriétés donnant condition suffisante et condition nécessaire d'extremum local.
- Énoncer et démontrer le théorème de Rolle.
- Énoncer et démontrer le théorème des accroissements finis.
- Énoncer et démontrer le lien entre monotonie et signe de la dérivée.