
Programme de colle BCPST 1

Semaine 22 : du 29/04/24 au 03/05/24

Chapitre 18 : Espaces vectoriels

1. Notion d'espace vectoriel : définition, premières propriétés, notion de combinaison linéaire.
2. Notion de sous espace vectoriel : définition, exemples, exemples classiques de sev. Notion de sev engendré par une famille finie de vecteurs. Les étudiants doivent connaître les 3 façons d'écrire un sev de \mathbb{K}^n : écriture cartésienne, écriture paramétrique, écriture vectorielle et ils doivent savoir passer de l'une à l'autre de ces écritures.
3. Famille libre, génératrice de F et base de F :
 - Notion de famille génératrice de F : définition, exemples, propriétés des familles génératrices.
 - Notion de famille libre et liée : définition, exemples, propriétés des familles libres, liée.
 - Notion de base de F : définition, exemples, coordonnées d'un vecteur dans une base, base canonique de \mathbb{K}^n .
4. Espaces vectoriels de dimension finie : définition, dimension et famille libre et génératrice, dimension et inclusion.
5. Notion de rang d'une famille de vecteurs et lien avec le rang d'une matrice et d'un système linéaire.

Chapitre 19 : Variables aléatoires

Nous n'avons traité que la première page des exercices du TD.

1. Généralités sur les varf :
 - Définition, univers image, événements associés à une varf.
 - Loi d'une varf : définition, exemples, représentation sous forme de diagramme en batons ou de tableau.
 - Fonction de répartition d'une varf : définition, propriétés, lien entre la fonction de répartition et la loi d'une varf.
 - Fonction d'une varf : définition, exemples d'étude de varf de type $Y = g(X)$.
2. Moments d'une varf
 - Espérance : définition, théorème de transfert (moments d'une varf), propriété de linéarité, positivité, croissance, exemples.
 - Variance : définition, formule de Koenig-Huygens, propriétés.
 - Écart-type : définition. Définition d'une varf centrée et centrée réduite.
 - Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Dimension et inclusion.
- Théorème de transfert (avec la démonstration du lemme $E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega)P(\{\omega\})$).
- Formule de König-Huygens.
- Propriétés de la variance ($V(X) \geq 0$ et $V(aX + b) = a^2V(X)$).
- Inégalité de Markov.
- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Calcul de l'espérance et de la variance des lois uniforme et de Bernoulli.