
Programme de colle BCPST 1
Semaine 22 : du 28/04/25 au 02/05/25

Chapitre 20 : Développements limités

1. Savoir calculer des DL en 0, en un point et en l'infini
2. Savoir utiliser les DL pour obtenir une limite et/ou un équivalent.
3. Savoir utiliser les DL pour faire une étude locale d'une fonction au voisinage d'un point ou de l'infini :
 - Au voisinage d'un point : équation de la tangente, position locale de la courbe par rapport à la tangente.
 - Au voisinage de l'infini : équation de l'asymptote éventuelle, position locale de la courbe par rapport à l'asymptote.
4. Savoir utiliser les DL pour étudier la régularité d'une fonction en un point.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Calcul de l'espérance et de la variance d'une variable de Bernoulli.
- Calcul de l'espérance et de la variance d'une variable suivant une loi binomiale.
- Propriétés sur l'espérance du produit et la variance de la somme de deux variables aléatoires indépendantes.
- Donner l'exemple de deux variables aléatoires décorréélées et non indépendantes.
- Unicité des coefficients d'un DL d'ordre n en 0.
- Propriété sur les DL en 0 d'une fonction paire, et d'une fonction impaire.
- Troncature d'un DL en 0.
- DL d'ordre n en 0 de : $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\frac{1}{1+x}$, $\frac{1}{1-x}$, $(1+x)^\alpha$, e^x , $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $\tan(x)$ (à l'ordre 3 ou 4).
- DA à l'ordre 4 de $f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$, et en déduire les asymptotes de f ainsi que sa position par rapport à ses asymptotes.
- Exhiber une fonction admettant un DL_2 en 0 sans y être dérivable deux fois (et le montrer).
- Énoncer et démontrer les propriétés reliant continuité et DL_0 , dérivabilité et DL_1 .
- Montrer que si u est une application linéaire de E vers F , et E' un sev de E , alors $u(E')$ est un sev de F .
- Montrer que toute combinaison linéaire de deux applications linéaires est une application linéaire.
- Montrer que la composée de deux applications linéaires est une application linéaire.