

---

## Programme de colle BCPST 1

### Semaine 24 : du 20/05/24 au 24/05/24

---

#### Chapitre 19 : Variables aléatoires

##### 1. Généralités sur les varf :

- Définition, univers image, événements associés à une varf.
- Loi d'une varf : définition, exemples, représentation sous forme de diagramme en batons ou de tableau.
- Fonction de répartition d'une varf : définition, propriétés, lien entre la fonction de répartition et la loi d'une varf.
- Fonction d'une varf : définition, exemples d'étude de varf de type  $Y = g(X)$ .

##### 2. Moments d'une varf

- Espérance : définition, théorème de transfert (moments d'une varf), propriété de linéarité, positivité, croissance, exemples.
- Variance : définition, formule de Koenig-Huygens, propriétés.
- Écart-type : définition. Définition d'une varf centrée et centrée réduite.
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

##### 3. Lois usuelles

- Loi uniforme : situation type, loi, fonction de répartition, espérance, variance.
- Loi de Bernoulli : situation type, loi, fonction de répartition, espérance, variance.
- Loi binomiale : situation type, loi, espérance, variance.

#### Chapitre 20 : Développement limités

##### 1. Savoir calculer des DL en 0, en un point et en l'infini

##### 2. Savoir utiliser les DL pour obtenir une limite et/ou un équivalent.

##### 3. Savoir utiliser les DL pour faire une étude locale d'une fonction au voisinage d'un point ou de l'infini :

- Au voisinage d'un point : équation de la tangente, position locale de la courbe par rapport à la tangente.
- Au voisinage de l'infini : équation de l'asymptote éventuelle, position locale de la courbe par rapport à l'asymptote.

##### 4. Savoir utiliser les DL pour étudier la régularité d'une fonction en un point.

#### Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Formulaire des lois usuelles et démonstrations des espérances, variances (uniforme, Bernoulli, binomiale).
- Espérance d'un produit de variables indépendantes, variance d'une somme de variables indépendantes.
- DL d'ordre  $n$  en 0 de :  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\frac{1}{1+x}$ ,  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\tan(x)$  (à l'ordre 5),  $(1+x)^\alpha$ ,  $e^x$ .
- Troncature d'un DL en 0.
- Propriété sur les DL en 0 d'une fonction paire, et d'une fonction impaire.
- Unicité du DL à l'ordre  $n$  d'une fonction en 0.
- Obtenir un équivalent d'une fonction à partir de son DL.
- Énoncer et démontrer les propriétés reliant continuité et  $DL_0$ , dérivabilité et  $DL_1$ .
- Exhiber une fonction admettant un  $DL_2$  en 0 sans y être dérivable deux fois (et le montrer).
- Montrer que si  $u$  est une application linéaire de  $E$  vers  $F$ , et  $E'$  un sev de  $E$ , alors  $u(E')$  est un sev de  $F$ .
- Montrer que toute combinaison linéaire de deux applications linéaires est une application linéaire.
- Montrer que la composée de deux applications linéaires est une application linéaire.
- Binôme de Newton pour déterminer  $(u+v)^m$  (lorsque  $u$  et  $v$  commutent!!)