
Programme de colle BCPST 1

Semaine 25 : du 02/06/25 au 06/06/25

Chapitre 22 : Intégration

1. Primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
2. Propriétés de l'intégrale.
 - Relation de Chasles, exemples.
 - Linéarité, exemples.
 - Intégrales et inégalités : théorème de positivité, de croissance, de séparation. Exemples en particulier pour l'étude des suites définies par une intégrale.
 - Intégrale et valeur absolue, exemple.
 - Notion de valeur moyenne.
 - Fonction définie par une intégrale. Exemple d'étude de telles fonctions.
3. Méthodes de calcul d'intégrales
 - Intégration par parties, exemples.
 - Changement de variable, exemples.
 - Exemples classiques avec les fonctions trigonométriques.
4. Sommes de Riemann.

Chapitre 23 : Géométrie

Cette semaine, géométrie dans le plan uniquement.

1. Repérage dans le plan, définition de la distance euclidienne entre deux points, et de la norme euclidienne d'un vecteur.
2. Produit scalaire, et en particulier inégalité de Cauchy Schwarz et inégalité triangulaire pour la norme.
3. Déterminant, lien avec la colinéarité des vecteurs.
4. Droites : équations cartésienne et paramétrique,
5. Seule la définition du cercle a été vue.

Questions de cours

- Montrer, en dimension finie, pour un endomorphisme, l'équivalence entre injectivité et surjectivité.
- Énoncer et démontrer les propriétés des matrices de passage.
- Démonstration du théorème de positivité de l'intégrale (à partir de la définition $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, avec F une primitive de f).
- Démonstration du théorème : si f est positive sur un segment et non nulle en au moins un point de ce segment, alors son intégrale (avec les bornes dans l'ordre croissant) est strictement positive. (démonstration à savoir faire dans le cas d'un point intérieur).
- Démonstration du fait que toute fonction continue sur un segment atteint sa valeur moyenne.
- Démonstration du théorème de Riemann dans le cas $C^1([a, b])$.
- Démontrer l'inégalité de Cauchy Schwarz et son cas d'égalité.
- Démontrer l'inégalité triangulaire pour la norme et son cas d'égalité à l'aide de Cauchy Schwarz.