
Programme de colle BCPST 1

Semaine 26 : du 03/06/24 au 07/06/24

Chapitre 21 : Applications linéaires

1. Définition, premières propriétés, opérations.
2. Noyau, image d'une application linéaire : définition, lien avec l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité.
3. Matrices et applications linéaires : les différents liens.
4. Rang d'une application linéaire : définition, propriété, théorème du rang et conséquences.
5. Changement de base : matrices de passage (définition et propriétés) Les théorèmes de changement de base pour un vecteur et pour une application linéaire n'ont pas encore été vus.

Chapitre 22 : Intégration

1. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle. Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
2. Propriétés de l'intégrale.
 - Relation de Chasles, exemples.
 - Linéarité, exemples.
 - Intégrales et inégalités : théorème de positivité, de croissance, de séparation. Exemples en particulier pour l'étude des suites définies par une intégrale.
 - Intégrale et valeur absolue, exemple.
 - Notion de valeur moyenne.
 - Fonction définie par une intégrale. Exemple d'étude de telles fonctions.
3. Méthodes de calcul d'intégrales
 - Intégration par parties, exemples.
 - Changement de variable, exemples.
 - Exemples classiques avec les fonctions trigonométriques.
4. Sommes de Riemann.

Lundi, seuls les exercices 4, 5 et 6 du TD ont été vus, mais également en début d'année IPP, changement de variable, primitives usuelles (cf TD chap 8).

Questions de cours

- Montrer que le noyau d'une application linéaire est un sev de l'espace de départ. Énoncé et démonstration de l'équivalence avec l'injectivité.
- Montrer que l'ensemble image d'une application linéaire est un sev de l'espace d'arrivée.
- Montrer que la bijection réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.
- Montrer que la famille des images d'une base de l'ensemble de départ par une application linéaire est génératrice de l'ensemble image.
- Montrer que $Mat_{\mathcal{B}'}(u(x)) = Mat_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}(u) Mat_{\mathcal{B}}(x)$, en introduisant les diverses notations.
- Montrer que : $Mat_{\mathcal{B},\mathcal{D}}(v \circ u) = Mat_{\mathcal{C},\mathcal{D}}(v) \times Mat_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$.
- Montrer, en dimension finie, pour un endomorphisme, l'équivalence entre injectivité et surjectivité.
- Énoncer et démontrer les propriétés des matrices de passage.
- Démonstration de la relation de Chasles
- Démonstration du théorème de positivité de l'intégrale.
- Démonstration du théorème de séparation de l'intégrale.
- Démonstration du fait que toute fonction continue sur un segment atteint sa valeur moyenne.