
Programme de colle BCPST 1

Semaine 12 : du 13/01/25 au 17/01/25

Chapitre 11 : Dénombrement

1. Cardinal d'un ensemble fini : Définition, propriétés de l'union (disjointe et quelconque sur 2 et 3 ensembles), du complémentaire et du produit cartésien.
2. Choix de p objets parmi n :
 - Choix successifs avec répétitions éventuelles : p -listes, nombre de p -listes
 - Choix successifs sans répétition : p -listes sans répétition, nombre de p -listes sans répétition. Permutations, nombre de permutations. Anagrammes.
 - Choix simultanés : combinaison : définition et nombre de combinaisons. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble.
 - Exemple d'un cas sans ordre et avec répétition.
3. Cardinal et application
 - Nombre d'applications de E dans F .
 - Nombre d'injections de E dans F .
 - Nombre de bijections de E dans F .

Chapitre 12 : Calcul matriciel

1. Définitions, notations
 - Généralités : définitions d'une matrice, d'une matrice carrée, de vecteurs lignes et colonnes et de l'égalité entre matrices.
 - Matrices particulières : matrices diagonales, triangulaires, matrice identité, matrice nulle, matrices élémentaires, transposée d'une matrice, matrices symétriques et anti-symétriques.
2. Somme de matrices, multiplication par un scalaire.
3. Produit matriciel.
4. Puissance n -ième d'une matrice carrée
 - Définition des puissances n -ième d'une matrice carrée.
 - Exemples à connaître : matrice diagonale, matrice triangulaire, matrice nilpotente, matrice ayant les mêmes coefficients.
 - Identités remarquables et binôme de Newton lorsque les matrices commutent.
 - Méthodes pour calculer les puissances n -ième d'une matrice : méthode avec le binôme de Newton, méthode par récurrence lorsque on connaît un polynôme annulateur.
5. Inversibilité d'une matrice carrée : seule la définition a été vue pour l'instant.

Questions de cours

- Cardinal d'un produit cartésien de deux ensembles finis.
- Cardinal des parties d'un ensemble fini.
- Dans le cas où l'ensemble de départ et d'arrivée d'une application sont finis de même cardinal, il y a équivalence entre injectivité, surjectivité et bijectivité.
- La transposée d'une somme de matrices est la somme des transposées.
- Le produit matriciel est associatif et distributif par rapport à la somme.
- Propriété sur la transposée d'un produit de matrices.
- Propriétés sur le produit de matrices diagonales, triangulaires inférieures et supérieures.
- Énoncer et démontrer le binôme de Newton et la formule de Bernoulli (avec le lemme : si deux matrices commutent, toute puissance de l'une commute avec toute puissance de l'autre).