

---

## Programme de colle BCPST 1

### Semaine 11 : du 06/01/25 au 10/01/25

---

#### Chapitre 10 : Suites

Généralités sur les suites : définition, suite majorée, minorée, bornée, étude de la monotonie d'une suite.

1. Limite d'une suite : Limite finie, infinie d'une suite, opérations.
2. Comportement asymptotique d'une suite :
  - (a) Notion de négligeabilité, croissances comparées.
  - (b) Suites équivalentes : définition, équivalents usuels, lien avec les limites, opérations avec les équivalents.
3. Théorèmes de convergence et de divergence :
  - Théorème sur les suites monotones
  - Utilisation d'inégalités : théorème des gendarmes, théorème de comparaison, passage à la limite.
  - Théorème sur les suites adjacentes.
  - Théorème sur les suites extraites (seul le cas pair-impair a été vu).
  - Suite et fonction, application aux suites récurrentes.
4. Les suites récurrentes
  - Les suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre deux.
  - Plan d'étude d'une suite définie par récurrence et exemples.

#### Chapitre 11 : Dénombrement

1. Cardinal d'un ensemble fini : Définition, propriétés de l'union (disjointe et quelconque sur 2 et 3 ensembles), du complémentaire et du produit cartésien.
2. Choix de  $p$  objets parmi  $n$  :
  - Choix successifs avec répétitions éventuelles :  $p$ -listes, nombre de  $p$ -listes
  - Choix successifs sans répétition :  $p$ -listes sans répétition, nombre de  $p$ -listes sans répétition. Permutations, nombre de permutations. Anagrammes.
  - Choix simultanés : combinaison : définition et nombre de combinaisons. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble.
  - Exemple d'un cas sans ordre et avec répétition.
3. Cardinal et application
  - Nombre d'applications de  $E$  dans  $F$ .
  - Nombre d'injections de  $E$  dans  $F$ .
  - Nombre de bijections de  $E$  dans  $F$ .

#### Questions de cours

- Opérations sur les limites : somme de limites finies, produit de limites finies.
- Toute suite qui converge vers une limite strictement positive est à valeurs strictement positives aprcr.
- Théorème des gendarmes, et énoncé et démonstration des deux corollaires.
- Théorème de convergence monotone.
- Théorème de convergence des suites adjacentes.
- Théorème de passage à la limite.
- Transitivité de la relation d'équivalence, produit, puissance (quelconque), inverse d'équivalents.
- Si  $A$  et  $B$  sont des ensembles finis, alors  $A \times B$  est fini et  $\text{card } A \times B = \text{card } A \times \text{card } B$ .
- Cardinal des parties d'un ensemble fini.