

---

**Programme de colle BCPST 1**  
**Semaine 23 : du 04/05/26 au 07/05/26**

---

Chapitre 20 : Développements limités

1. Savoir calculer des DL en 0, en un point et en l'infini
2. Savoir utiliser les DL pour obtenir une limite et/ou un équivalent.
3. Savoir utiliser les DL pour faire une étude locale d'une fonction au voisinage d'un point ou de l'infini :
  - Au voisinage d'un point : équation de la tangente, position locale de la courbe par rapport à la tangente.
  - Au voisinage de l'infini : équation de l'asymptote éventuelle, position locale de la courbe par rapport à l'asymptote.
4. Savoir utiliser les DL pour étudier la régularité d'une fonction en un point.

Questions de cours

Au choix parmi les démonstrations suivantes :

- Troncature d'un DL en 0.
- DL d'ordre  $n$  en 0 de :  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\frac{1}{1+x}$ ,  $\frac{1}{1-x}$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\ln(1-x)$ , et de  $\frac{1}{1-\ln(1+x)}$ .
- DA à l'ordre 4 de  $f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$ , et en déduire les asymptotes de  $f$  ainsi que sa position par rapport à ses asymptotes.
- Exhiber une fonction admettant un  $DL_2$  en 0 sans y être dérivable deux fois (et le montrer).
- Énoncer et démontrer les propriétés reliant continuité et  $DL_0$ , dérivabilité et  $DL_1$ .